**UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES  
 FACULTAD DE INGENIERÍA  
 <75.12> ANÁLISIS NUMÉRICO**



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **DATOS DEL TRABAJO PRÁCTICO** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  |  | |  | |  | |  | |  | | |  | |  | | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |  | |  | | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |
| 2 | | | | | | | 2 | | 0 | | | 1 | | 6 | | | Modelación numérica del sistema hidráulico | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| AÑO | | | | | | | | | | de llenado y vaciado del tercer juego | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | de esclusas del canal de Panamá | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| TP NRO | | | | | | | CUAT | | | | | | | | | | TEMA | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **INTEGRANTES DEL GRUPO** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  |  | |  | |  | |  | |  | | |  | |  | | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |  | |  | | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |
| 6 | | | | | | | M | | e | | | r | | l | | | o | |  | | L | | e | | i | | v | | a | |  | | | N | | a | | | h | | u | | e | | l | |  | |  | |  | | 9 | | 2 | | 1 | | 1 | | 5 | |
| APELLIDO Y NOMBRE | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | PADRÓN | | | | | | | | | |
|  | |  | | |  | |  | | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |  | |  | | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |
| GRUPO | | | | | | | APELLIDO Y NOMBRE | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | PADRÓN | | | | | | | | | |
| **DATOS DE LA ENTREGA** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  |  | |  | |  | |  | |  | | |  | |  | | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |  | |  | |  | | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |
| C | T | 0 | | 6 | | . | | T | | X | | | T | | | 7 | | 4 | | - | | 9 | | 1 | | 0 | | 7 | | 3 | | 3 | | | 0 | | 1 | 1 | | 2 | | 0 | | 1 | | 6 | | 3 | | 0 | | 1 | | 1 | | 2 | | 0 | | 1 | | 6 |
| ARCHIVO | | | | | | | | | | | | | | | | NRO CONTROL | | | | | | | | | | | | | | | | FECHA VENC | | | | | | | | | | | | | | | | FECHA ENTR | | | | | | | | | | | | | | |
| **CORRECCIONES** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  |  | |  | |  | |  | |  | | |  | |  |  | | | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |  | | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |
| FECHA | | | | | | | | | | | NOTA | | | | | | | | | | | | | OBSERVACIONES | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | |  | | | | | | | | | | | | |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | |  | | | | | | | | | | | | |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| DOCENTE | | | | | | | | | | | FIRMA | | | | | | | | | | | | |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | |  | | | | | | | | | | | | |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Introducción

Las ecuaciones diferenciales relacionan funciones matemáticas con sus propias derivadas. Se presentan en numerosas aplicaciones de ingeniería, en el modelado de fenómenos físicos, y en otras áreas de estudio como la matemática o la economía.

En ciertos casos, cuando requiere hallar la solución de una ecuación diferencial, es posible obtener analíticamente una solución exacta. Sin embargo, cuando la resolución analítica es inviable, la solución se aproxima mediante métodos numéricos.

Actualmente existen diversos métodos numéricos que pueden ser ejecutados por computadora, haciendo uso del elevado poder de cálculo que estas poseen. No obstante, al momento de hallar una solución apropiada, deben considerarse los errores de truncamiento y de redondeo introducidos.

Objetivos

* Desarrollar un modelo numérico tridimensional de una parte del sistema hidráulico de llenado y vaciado del tercer juego de esclusas del canal de Panamá.
* Realizar un ajuste del modelo mediante la comparación de los resultados producidos contra las mediciones obtenidas en las pruebas iniciales de la obra.
* Comparar la eficiencia de distintos métodos de resolución numérica de sistemas de ecuaciones diferenciales respecto del paso de avance utilizado.

Resumen

En primer lugar, se desarrollarán los algoritmos para la resolución del sistema de ecuaciones diferenciales planteado a partir de los métodos y .

Luego, mediante sucesivas simulaciones se estimará el paso de avance necesario para acotar el error de truncamiento al valor requerido. Con el paso de avance establecido, se realizará una simulación de llenado de las esclusas para determinar el tiempo de estabilización de las oscilaciones en el nivel de agua.

Utilizando el paso de avance establecido, se realizará una calibración del modelo comparando las mediciones obtenidas en pruebas de llenado y vaciado de las esclusas contra los resultados de la simulación de las pruebas. Para cada prueba simulada se presentará el hidrograma correspondiente.

Finalmente, se llevará a cabo un análisis de los resultados obtenidos y de su relación con las bases teóricas correspondientes.

Determinación del paso de avance

Dada una ecuación diferencial del tipo:

Planteando la resolución mediante un método numérico explícito con paso simple :

El error de truncamiento local debido a la discretización realizada está dado por:

Luego, es posible estimar el error considerando la aproximación:

Partiendo de un paso inicial , y reduciéndolo en en cada simulación hasta acotar el error de truncamiento, se obtuvieron los siguientes resultados:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Paso de cálculo (s) | 0,367 | 0,486 |
| Altura máxima de llenado (m) | 10,413 | 10,397 |
| Tiempo de estabilización (s) | 12305 | 12026 |

Los valores presentados en esta tabla se encuentran redondeados simétricamente.

Calibración del modelo

La comparación de las mediciones de las pruebas contra los resultados de las simulaciones se realizó mediante la siguiente expresión:

Dónde:

Partiendo de un coeficiente de pérdida de energía inicial , e incrementándolo en en cada simulación hasta hallar el mejor ajuste, se obtuvieron los siguientes resultados:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Prueba 1 | Prueba 2 | Prueba 3 | Prueba 4 |
| Factor de fricción | 0,02 | 0,02 | 0,02 | 0,02 |
| Coeficiente de pérdida de energía | 1,501 | 0,958 | 1,116 | 0,858 |
| Caudal máximo | 268,364 | 380,737 | 431,563 | 442,433 |
| Velocidad media máxima | 4,974 | 7,057 | 7,999 | 8,201 |

Los valores presentados en esta tabla se encuentran redondeados simétricamente.

A continuación se presentan los hidrogramas correspondientes a cada simulación realizada con el de mejor ajuste:

Conclusiones

La primera simulación de llenado se realizó con los métodos numéricos y . Ya que para ambos algoritmos se impuso la misma condición sobre el error de truncamiento, era esperable que el paso de avance requerido por el primer método sea menor al del segundo por ser menor su orden.

Por otro lado, el modelo no sólo predijo correctamente las oscilaciones en el nivel de agua durante el llenado sino también la disminución de su amplitud al aumentar el tiempo de simulación, lo que permitió determinar el tiempo de estabilización bajo el criterio establecido.

Al realizar el ajuste del modelo mediante la comparación de los resultados de la simulación contra las mediciones reales, se obtuvo para cada prueba un coeficiente de pérdida de energía. Sin embargo, no se esperaba que este coeficiente tuviera una variación tan notable para cada prueba simulada, por ser considerado una constante propia del problema.

Por último, comparando los hidrogramas realizados para cada prueba se pudo observar que al aumentar el tiempo de apertura se produjo un aumento en las oscilaciones del caudal de agua durante el llenado. Además como era de esperarse al iniciar el cierre de la compuerta el caudal de agua disminuye hasta anularse en el momento en que la compuerta se encuentra totalmente cerrada.

Anexo: Código fuente y salida

Tanto el código fuente como los archivos de salida y el original de este informe se encuentran disponibles públicamente en <https://github.com/nmerloleiva/canal>.